•12. Si trovino le componenti (a) x, (b) y e (c) z del vettore $\boldsymbol{r}$, somma dei vettori spostamento $\boldsymbol{c}$ e $\boldsymbol{d}$, le cui componenti in metri lungo le tre direzioni perpendicolari sono: $c_x = 7{,}4$, $c_y = -3{,}8$, $c_z = -6{,}1$; $d_x = 4{,}4$, $d_y = -2{,}0$, $d_z = 3{,}3$.

•13. Sono dati i due vettori

$$\boldsymbol{a} = (4{,}0\ \text{m})\mathbf{i} - (3{,}0\ \text{m})\mathbf{j} + (1{,}0\ \text{m})\mathbf{k} \quad \text{e}$$
$$\mathbf{i} = (-1{,}0\ \text{m})\mathbf{i} + (1{,}0\ \text{m})\mathbf{j} + (4{,}0\ \text{m})\mathbf{k}\,.$$

Si trovi nella notazione con i versori (a) $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$, (b) $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$ e (c) un vettore $\boldsymbol{c}$ tale che $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c} = 0$.

•14. Nella somma $\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B}=\boldsymbol{C}$ il vettore $\boldsymbol{A}$ ha modulo di 12,0 m e forma un angolo di 40,0° rispetto al semiasse positivo delle x; il vettore $\boldsymbol{B}$ ha invece modulo di 15,0 m ed è diretto con un angolo di 20,0° in senso antiorario rispetto al semiasse negativo delle x. Calcolare (a) il modulo e (b) la direzione (rispetto al semiasse positivo delle x) di $\boldsymbol{B}$.

•15. Due vettori $\boldsymbol{a}$ e $\boldsymbol{b}$ hanno modulo uguale pari a 10,0 unità. Sono orientati come si vede nella figura 3.28, con $\theta_1 = 30°$ e $\theta_2 = 105°$, e il loro vettore somma è $\boldsymbol{r}$. Si trovino (a) la componente x e (b) la componente y di $\boldsymbol{r}$, (c) il modulo di $\boldsymbol{r}$, e (d) l'angolo che $\boldsymbol{r}$ forma con l'asse x.

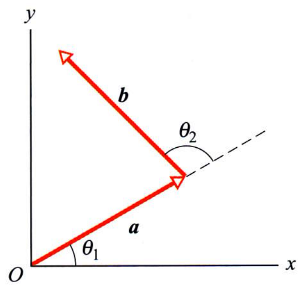

Figura 3.28 Problema 15.

••16. L'oasi B si trova 25 km a est dell'oasi A. Un cammello parte dall'oasi A e percorre 24 km nella direzione che forma un angolo di 15° verso sud rispetto a est. Poi va verso nord per 8,0 km. Quanto si trova ora distante dall'oasi B?

•••17. Usando i vettori unitari, esprimete la diagonale di un cubo in funzione dei suoi spigoli (di lunghezza a, come illustrato nella figura 3.29) che si estende dal vertice di coordinate (a) (0,0,0), (b) $(a, 0, 0)$, (c) $(0, a, 0)$ e (d) $(0, 0, a)$. (e) Determinate l'angolo che le diagonali formano con gli spigoli adiacenti. (f) Determinate la lunghezza delle diagonali in funzione di a.

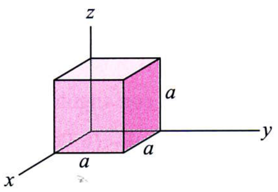

Figura 3.29 Problema 17.

PARAGRAFO 3.7 *I vettori e le leggi della fisica*

•18. Un vettore $\boldsymbol{a}$ con modulo di 17,0 m è orientato con angolo $\theta = 56{,}0°$ in senso antiorario rispetto al semiasse positivo delle x, come si vede nella figura 3.30. Quali sono le componenti (a) a_x e (b) a_y del vettore? Un secondo sistema di coordinate è inclinato di un angolo $\theta' = 18{,}0°$ rispetto al primo. Quali sono le componenti (c) a'_x e (d) a'_y in questo nuovo sistema di coordinate?

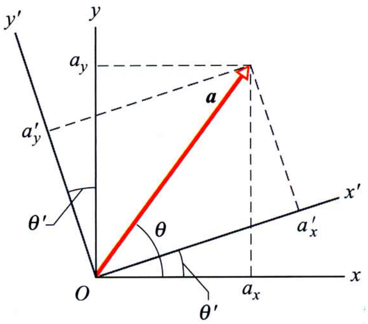

Figura 3.30 Problema 18.

PARAGRAFO 3.8 *Prodotto di vettori*

•19. Due vettori, $\boldsymbol{r}$ ed $\boldsymbol{s}$, giacciono nel piano xy. I loro moduli sono rispettivamente di 4,50 e 7,30 unità, e le loro direzioni sono rispettivamente di 320° e 85,0°, misurate in senso antiorario dal semiasse positivo delle x. Quali sono i valori di (a) $\boldsymbol{r}\cdot\boldsymbol{s}$ e (b) $\boldsymbol{r}\times\boldsymbol{s}$?

•20. Due vettori sono dati da $\boldsymbol{a} = 3{,}0\mathbf{i} + 5{,}0\mathbf{j}$ e $\boldsymbol{b} = 2{,}0\mathbf{i} + 4{,}0\mathbf{j}$. Si trovino (a) $\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b}$, (b) $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}$ e (c) $(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\cdot\boldsymbol{b}$. (d) Si determinino le componenti di $\boldsymbol{a}$ lungo la direzione di $\boldsymbol{b}$. (*Suggerimento*: vedere l'equazione 3.20 e la figura 3.19.)

•21. Tre vettori sono rappresentati da $\boldsymbol{a} = 3{,}0\mathbf{i} + 3{,}0\mathbf{j} - 2{,}0\mathbf{k}$, $\boldsymbol{b} = -1{,}0\mathbf{i} - 4{,}0\mathbf{j} + 2{,}0\mathbf{k}$ e $\boldsymbol{c} = 2{,}0\mathbf{i} + 2{,}0\mathbf{j} + 1{,}0\mathbf{k}$. Si calcolino (a) $\boldsymbol{a}\cdot(\boldsymbol{b}\times\boldsymbol{c})$, (b) $\boldsymbol{a}\cdot(\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c})$ e (c) $\boldsymbol{a}\times(\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c})$.

•22. Dati i vettori $\boldsymbol{d}_1 = 3\mathbf{i} - 2\mathbf{j} + 4\mathbf{k}$ e $\boldsymbol{d}_2 = -5\mathbf{i} + 2\mathbf{j} - \mathbf{k}$, quanto vale $(\boldsymbol{d}_1 + \boldsymbol{d}_2)\cdot(\boldsymbol{d}_1 \times 4\boldsymbol{d}_2)$?

••23. Si usi la definizione di prodotto scalare $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b} = ab\cos\theta$ e il fatto che $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$, per calcolare l'angolo compreso fra i due vettori definiti da $\boldsymbol{a} = 3{,}0\mathbf{i} + 3{,}0\mathbf{j} + 3{,}0\mathbf{k}$ e $\boldsymbol{b} = 2{,}0\mathbf{i} + 1{,}0\mathbf{j} + 3{,}0\mathbf{k}$.

••24. Nel prodotto $\boldsymbol{F} = q\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B}$ si ponga

$$q = 2,$$
$$\boldsymbol{v} = 2{,}0\mathbf{i} + 4{,}0\mathbf{j} + 6{,}0\mathbf{k},$$
$$\boldsymbol{F} = 4{,}0\mathbf{i} - 20\mathbf{j} + 12\mathbf{k}.$$

Nel caso in cui $B_x = B_y$, si esprima $\boldsymbol{B}$ nella notazione con i versori.

••25. Il vettore $\boldsymbol{A}$ ha modulo 6,00 unità, il vettore $\boldsymbol{B}$ ha modulo di 7,00 unità, mentre il loro prodotto scalare $\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{B}$ ha modulo 14,0 unità. Che angolo formano le loro direzioni?

••26. Dati i tre vettori seguenti, calcolare $3\boldsymbol{C}\cdot(2\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{B})$:

$$\boldsymbol{A} = 2{,}00\mathbf{i} + 3{,}00\mathbf{j} - 4{,}00\mathbf{k}$$
$$\boldsymbol{B} = -3{,}00\mathbf{i} + 4{,}00\mathbf{j} + 2{,}00\mathbf{k}$$
$$\boldsymbol{C} = 7{,}00\mathbf{i} - 8{,}00\mathbf{j}.$$

••27. I tre vettori mostrati nella figura 3.31 hanno modulo $a = 3{,}00$ m, $b = 4{,}00$ m e $c = 10{,}0$ m. Calcolate (a) la componente x e (b) la componente y di $\boldsymbol{a}$; (c) la componente x e (d) la componente y di $\boldsymbol{b}$; (e) la componente x e (f) la componente y di $\boldsymbol{c}$. Trovate due numeri (g) p e (h) q tali che $\boldsymbol{c} = p\boldsymbol{a} + q\boldsymbol{b}$.

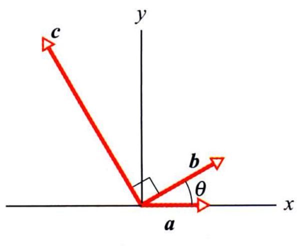

Figura 3.31 Problema 27.